



中一級 數學科

五旬節中學

優化課堂學習研究

負責研究的學校老師：

鄺偉明老師、蘇礪石老師、黃培基老師

香港教育學院成員：

吳本韓博士、林賢達先生、楊晨欣先生

選擇研究的課題

- 學生的學習難點是什麼？
- 期望學生在這課題學到甚麼？

診斷學習困難
先導測試及訪談

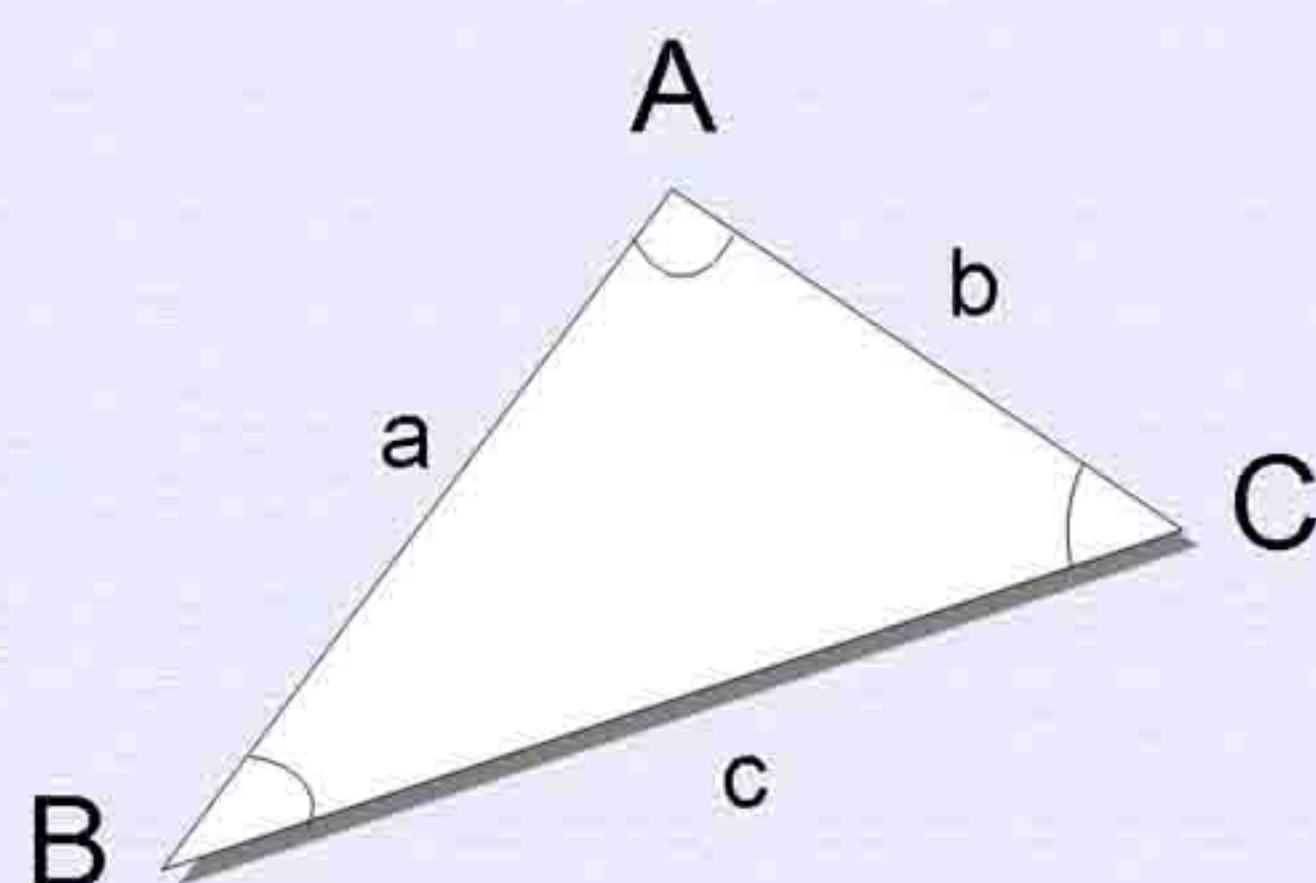
先導測試及訪談(06年9月25日)

對象：中二學生4位，中一學生3位。

測試內容：有關全等三角形的概念。

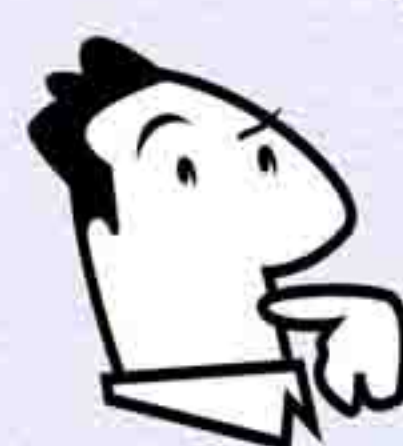
先導測試題目舉隅

1. 老師收藏了一個三角形的模型，現在要求同學畫出來。
想一想你要問老師最少說出哪些資料，才能準確地把老師的三角形畫出來。



我最少需要哪些資料呢？

邊長 a 邊長 b 邊長 c
角 A 角 B 角 C



2. 三角形甲是由 A, B, C 三點組成，三角形乙是由 W, X, Y 組成。根據下表中的資料，判斷這兩個三角形是否完全相等，如果是的話，請說明理由。

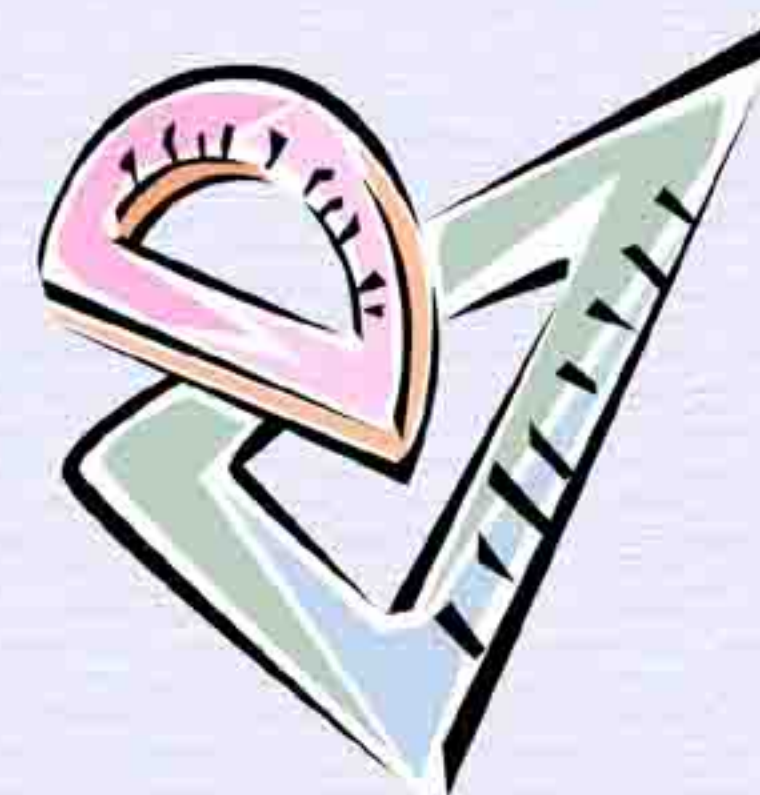


三角形甲	三角形乙	是 / 否	理由
$AB = 8\text{cm}$ $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 70^\circ$	$XY = 8\text{cm}$ $\angle X = 30^\circ$ $\angle Y = 70^\circ$	是	ASA

3a. 老師要小明和小美各自準確地畫出一個三角形 ABC，

$AB = 3\text{cm}$ ， $BC = 2\text{cm}$ ， $\angle CAB = 60^\circ$ 以下哪一個句子正確？

- 他們各自畫出來的三角形必定會是全等三角形
- 他們各自畫出來的三角形有可能不是全等三角形



3b. 如果老師給他們的指示改變為 $AB = 3\text{cm}$ ， $\angle CBA = 60^\circ$

$\angle CAB = 70^\circ$ ，以下哪一個句子是正確？

- 他們各自畫出的三角形必定是全等三角形
- 他們各自畫出的三角形有可能不是全等三角形



先導測試及訪談結果

1. 學生比較易掌握 SSS
2. 大部分學生有的難點：
 - * 不理解 S 及 A 在不同位置的意義。
 - * 不理解對應條件順序的寫法，在題 2 中誤寫 AAS 或 SAA。
3. 認為兩邊一角必定是全等三角形條件。
4. 誤認為 ASS 是全等條件。
5. 不習慣以繪圖方式來解決有關全等三角形的難題，以致對 ASS / ASA 是否判定全等三角形的條件產生了混淆。但當在訪談時引導他們以繪圖方式來思考，問題便解決了。



學習內容及其關鍵特徵

學習內容：

判定全等三角形的條件（研究課：兩邊一角）

關鍵特徵：

CF1：知道繪圖是一個有效的判定方法

CF2：能根據所給的資料準確地繪(草)圖

CF3：「證偽」思考取向

當根據所給的資料能繪畫出最少兩個不同的一個三角形時，該資料便不是一個可判定兩個三角形是全等的條件

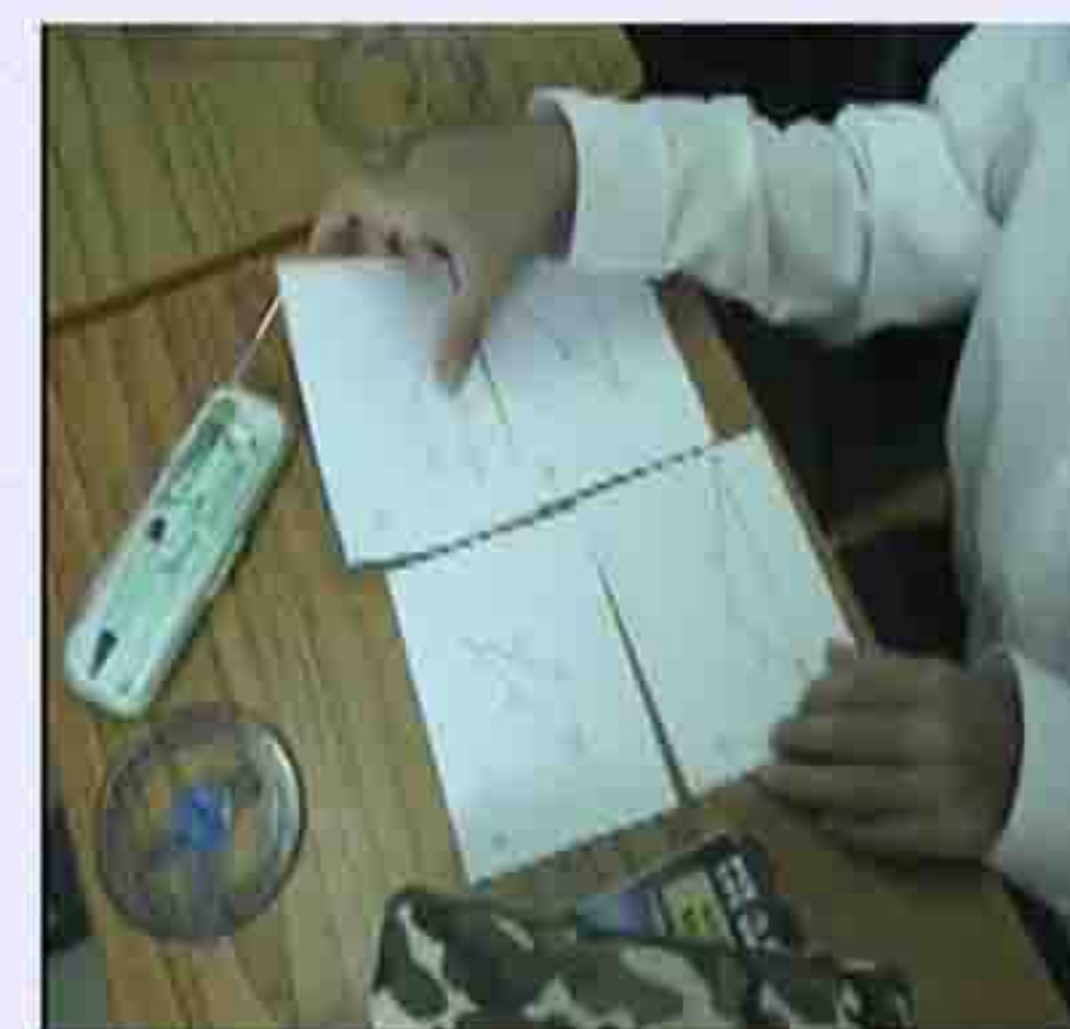
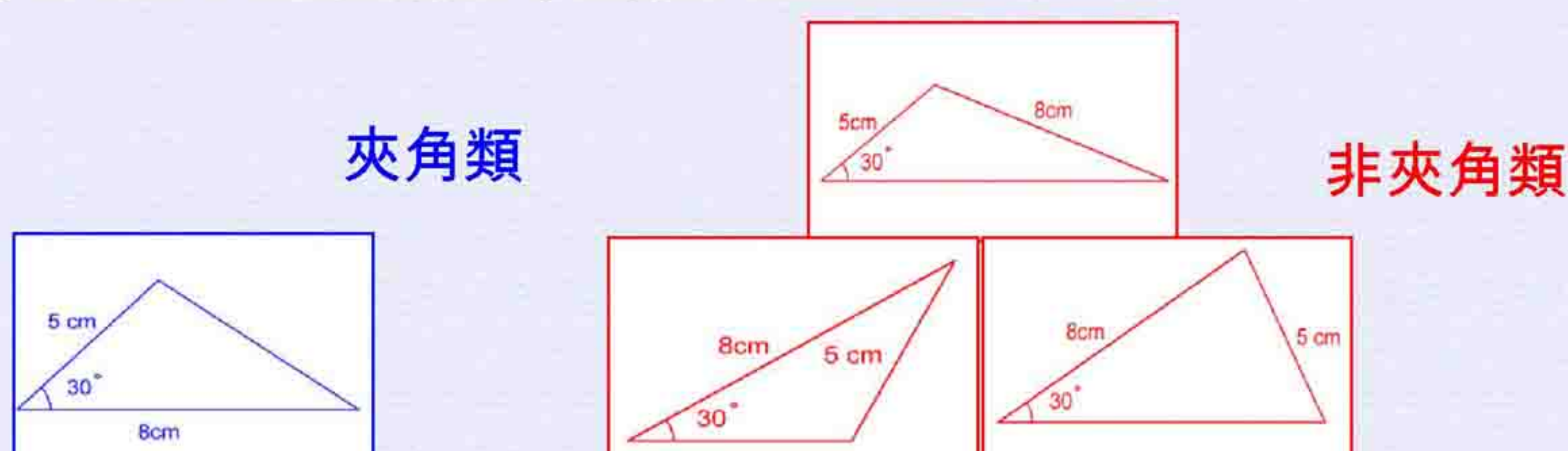
CF4：「全等條件的名稱」與「所知的對應角和對應邊的次序」



教學設計及變易圖式

活動一：

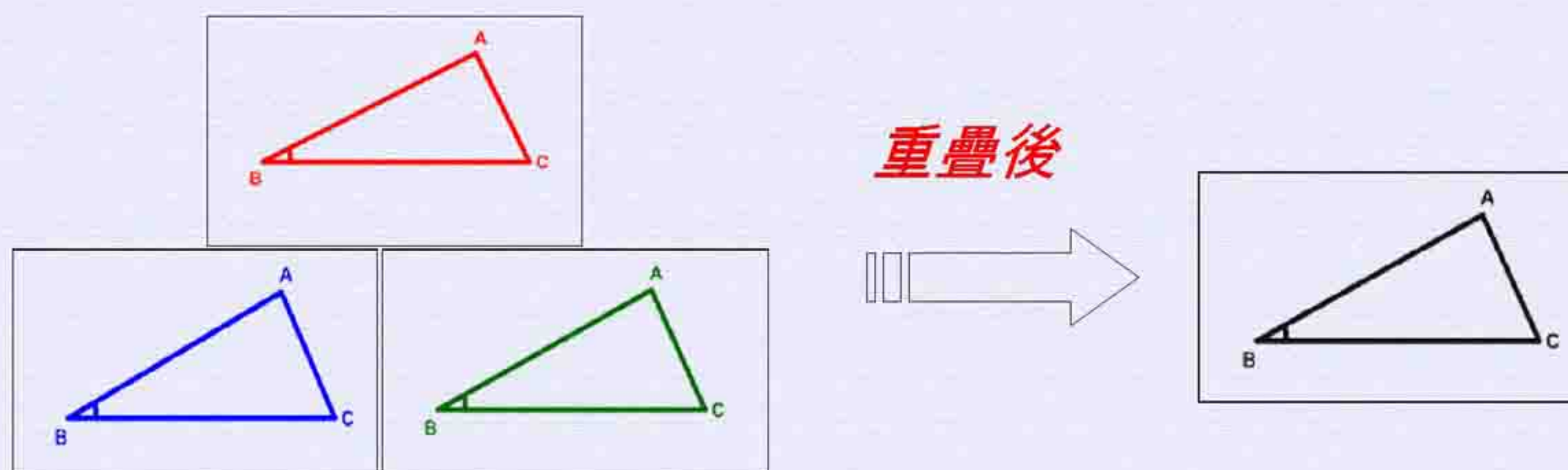
學生把三角形(兩邊一角)圖咭分類，明白角的位置可組成夾角及非夾角兩個類別。



教學環節	審辨的關鍵特徵	變	不變
活動一： 兩邊一角可組成的 不同條件	兩邊一角三角形可分為兩類：夾角及非夾角。“名稱”與“所知的對應角和對應邊的次序”的關係。 (CF4)	角及邊位置	兩邊一角

活動二：

學生分成三組，每組按著兩邊，一夾角的資料，繪畫三角形；同組同學把所畫的三角形印在透明膠片上互相重疊，並觀察是否全等。

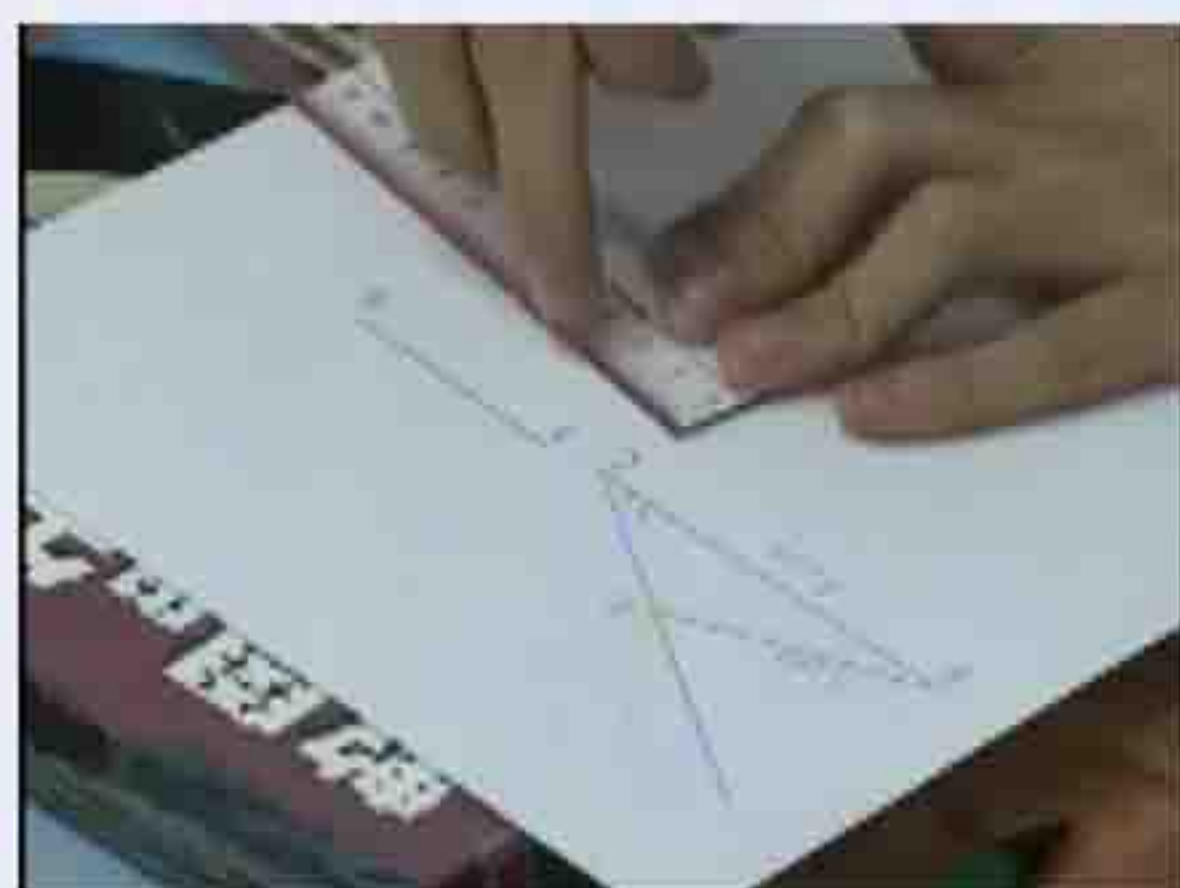
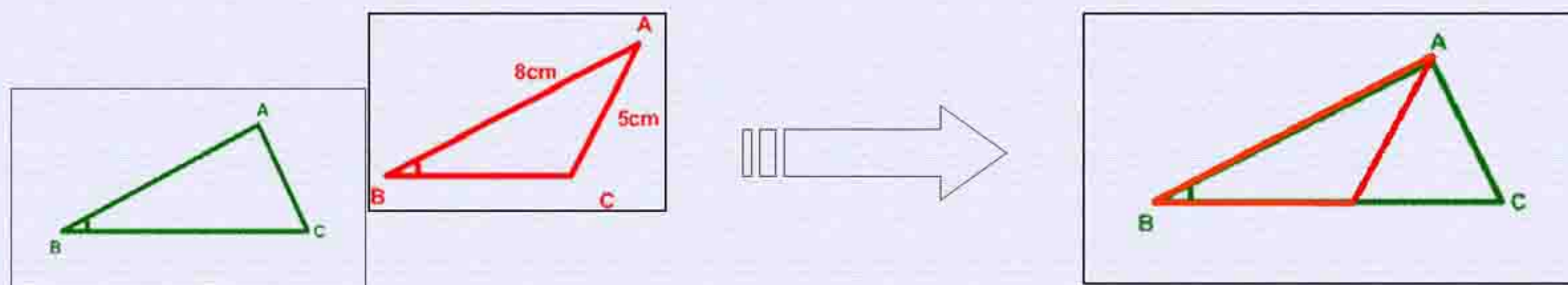
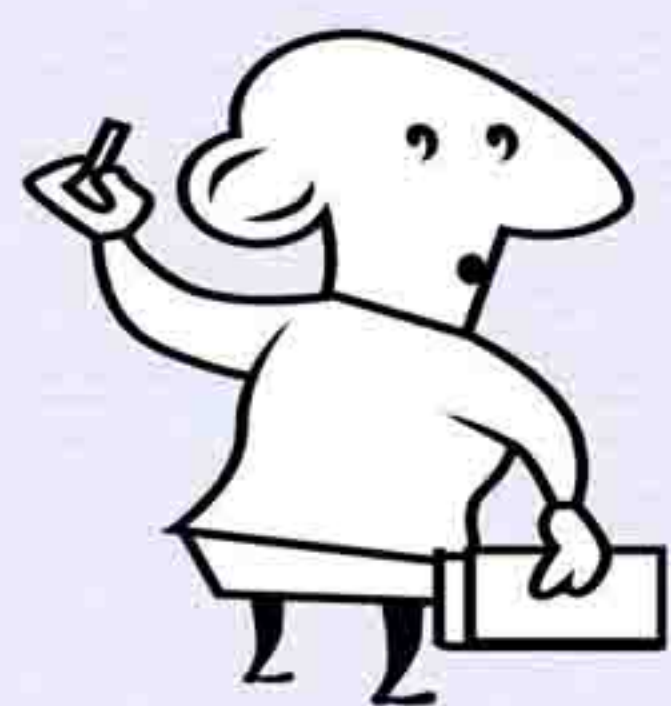


教學環節	審辨的關鍵特徵	變	不變
活動二： SAS 是否是證明兩個三角形全等的理由？	兩邊一夾角所畫出的三角形都是唯一（全等）的。(CF3)	學生各自繪畫的 三角形	兩邊，一夾角， 角度大小邊長長度

活動三：

學生繪畫兩邊，一非夾角的三角形；同組同學把所畫的三角形

印在透明膠片上互相重疊，並觀察是否全等的。



教學環節	審辨的關鍵特徵	變	不變
活動三： ASS/SSA 是否能保證兩個三角形必定全等？	所畫出的三角形不是唯一的 (CF3)	學生各自繪畫的三角形	兩邊，一非夾角
教學環節	審辨的關鍵特徵	變	不變
活動四： 找出何謂證明兩個三角形是否全等的足夠條件	何謂可證明兩個三角形是否全等的足夠條件 (CF3)	角是夾角還是非夾角	知道兩條邊及一個角度的資料

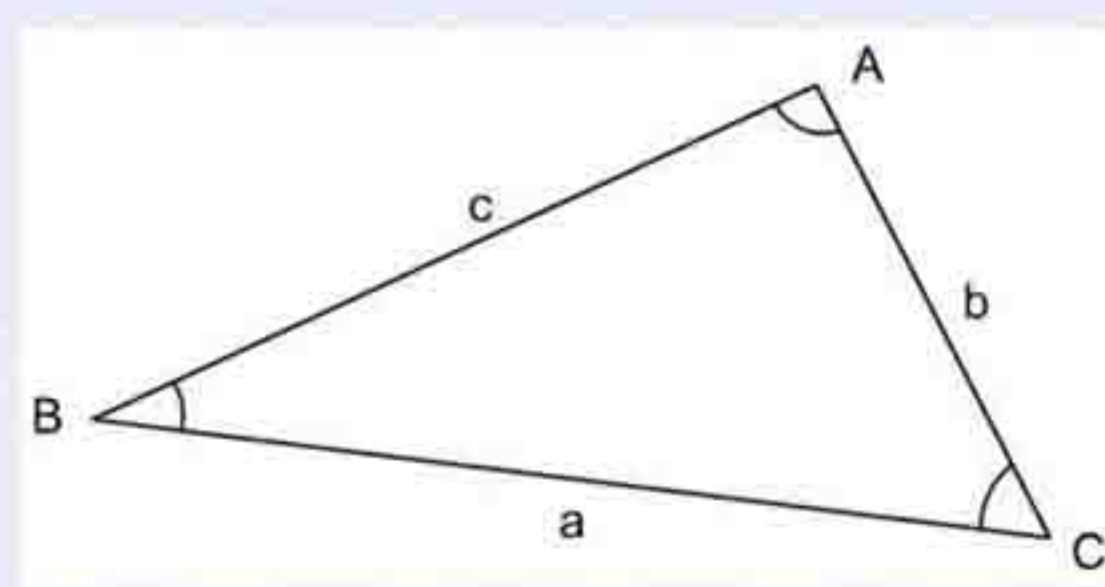
前測試卷題目



1a. 在下列情況下，是否可以肯定兩個三角形是全等的？

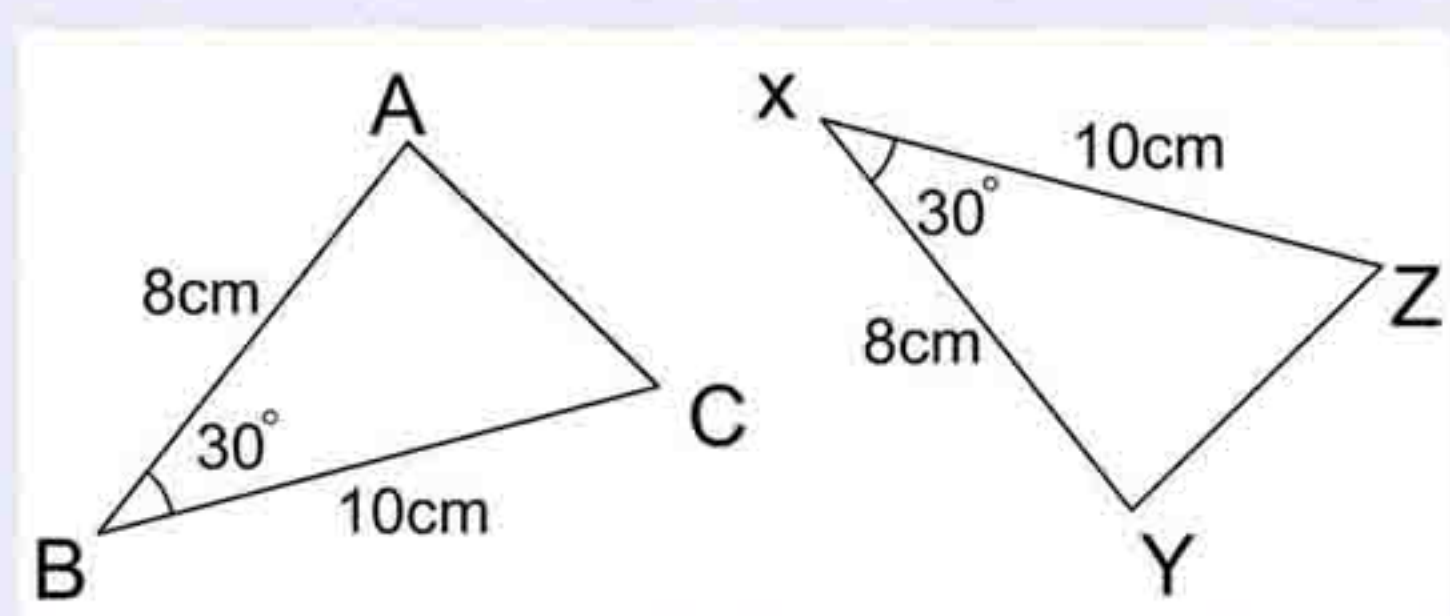
- A. 它們的所有對應角相等。 可以 不可以
- B. 它們的所有對應邊相等。 可以 不可以
- C. 它們的面積相等。 可以 不可以

1b. 在下列各情況下，是否可以根據所知道的資料來繪畫出一個唯一的三角形？



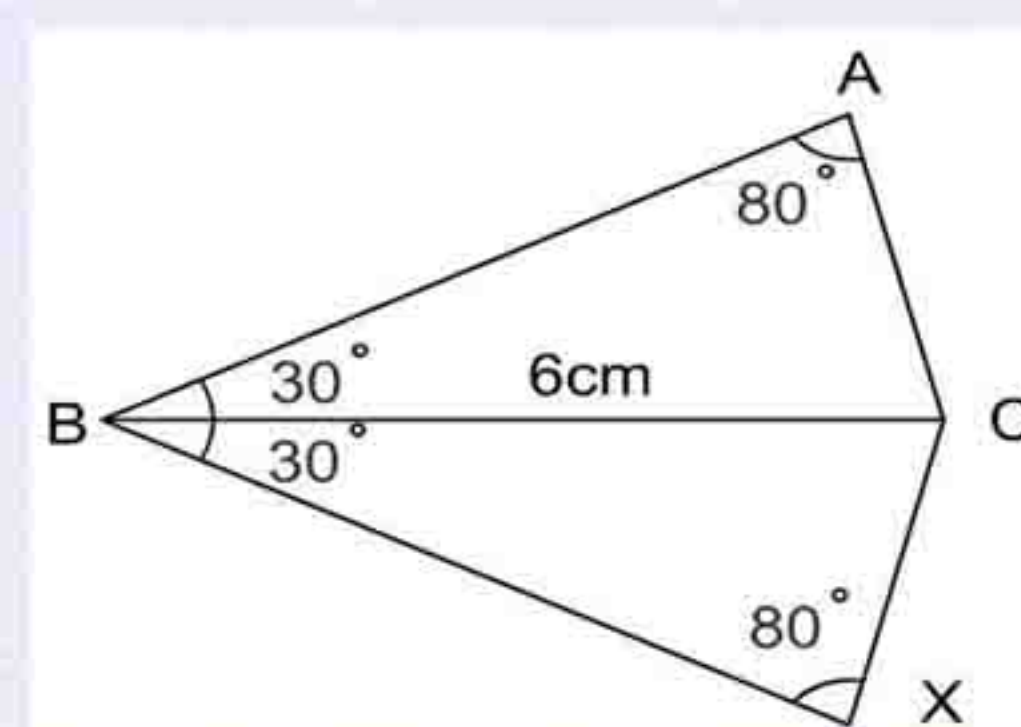
- A. 只要知道 $\angle A$ 和邊長 b 可以 不可以
- B. 只要知道三角形任何兩條邊 可以 不可以
- C. 只要知道邊長 b 、邊長 c 及 $\angle B$ 可以 不可以
- D. 只要知道邊長 a 、邊長 b 及 $\angle C$ 可以 不可以

2a.



$\triangle ABC \cong \triangle$ _____, 理由: _____

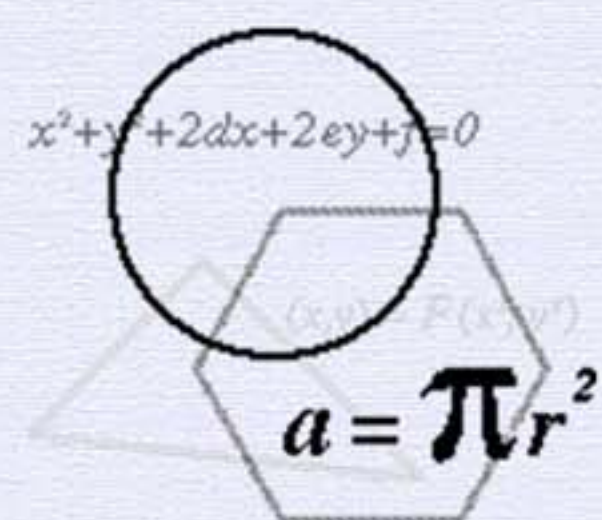
2b.



$\triangle ABC \cong \triangle$ _____, 理由: _____

3a. 老師提供了一個 $\triangle ABC$ 的部份資料給全班同學繪畫，給予的條件是 $\angle BAC=30^\circ$ ； $AB=3\text{cm}$ ； $AC=4\text{cm}$ 。

所有同學畫出來的三角形必定是全等嗎？為什麼？



3b. 如果老師給他們的條件改為： $\angle BAC=30^\circ$ ； $AC=4\text{cm}$ ；

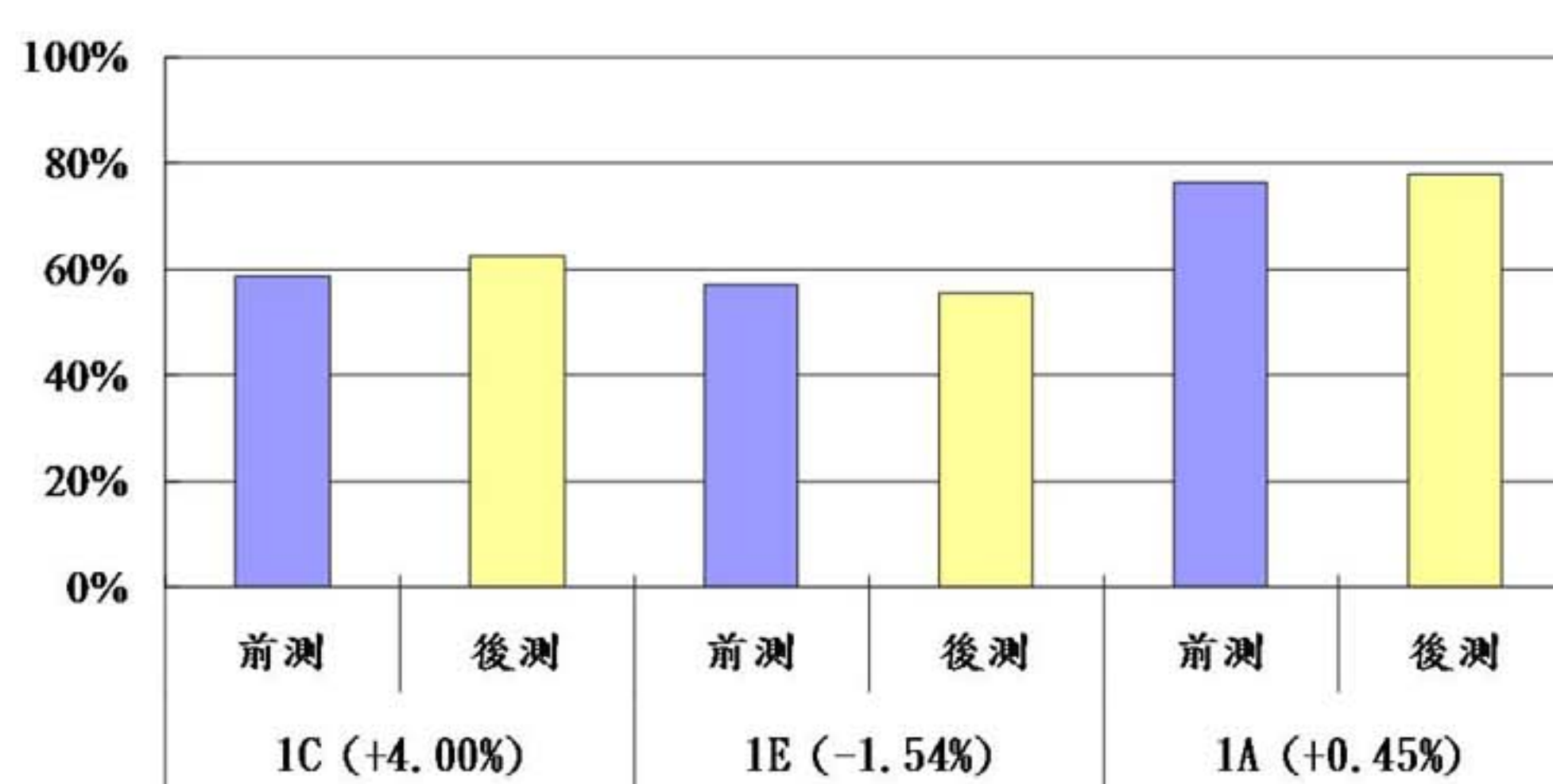
$BC=3\text{cm}$ 。所有同學畫出來的三角形必定是全等嗎？為什麼？



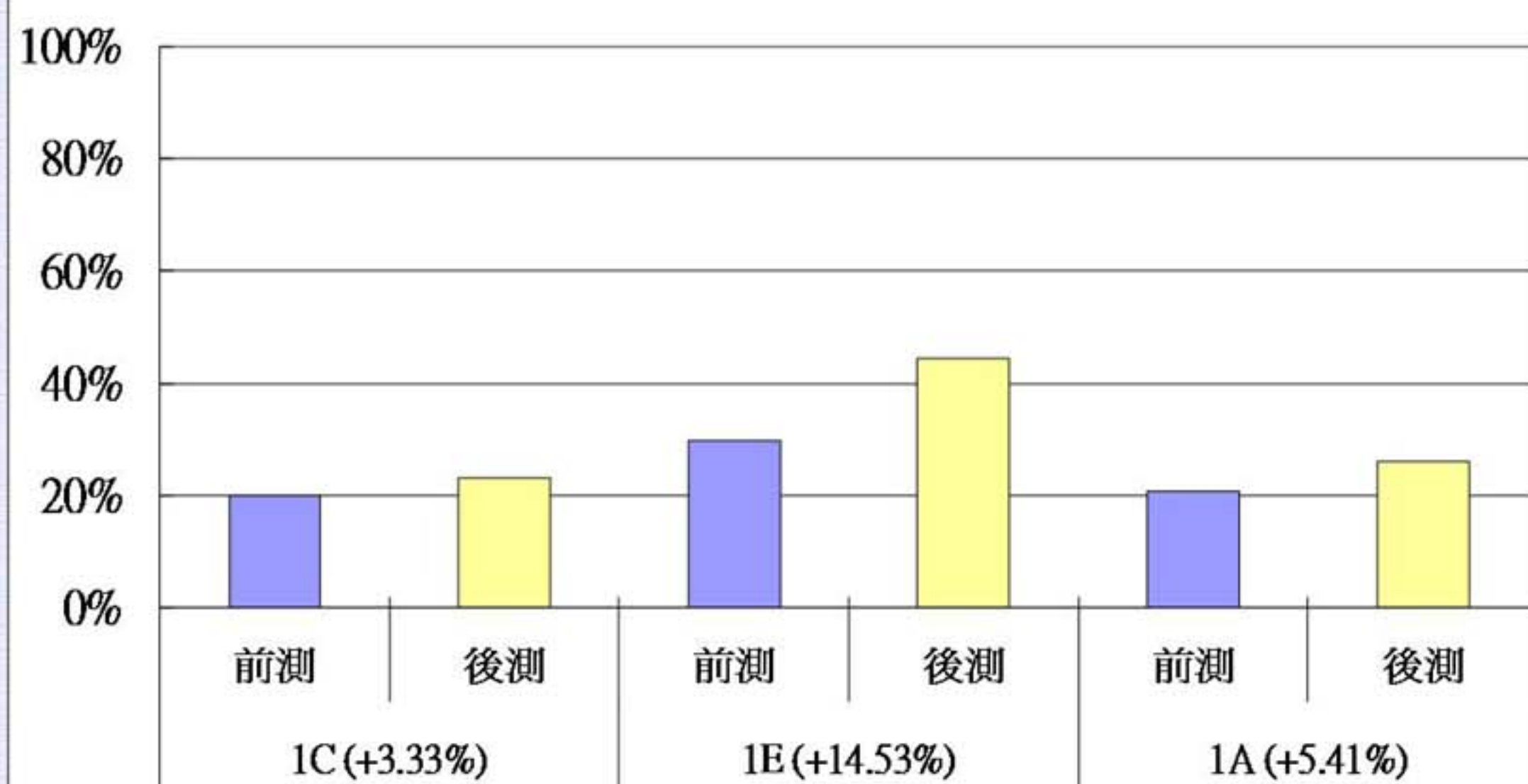
前、後測結果比較



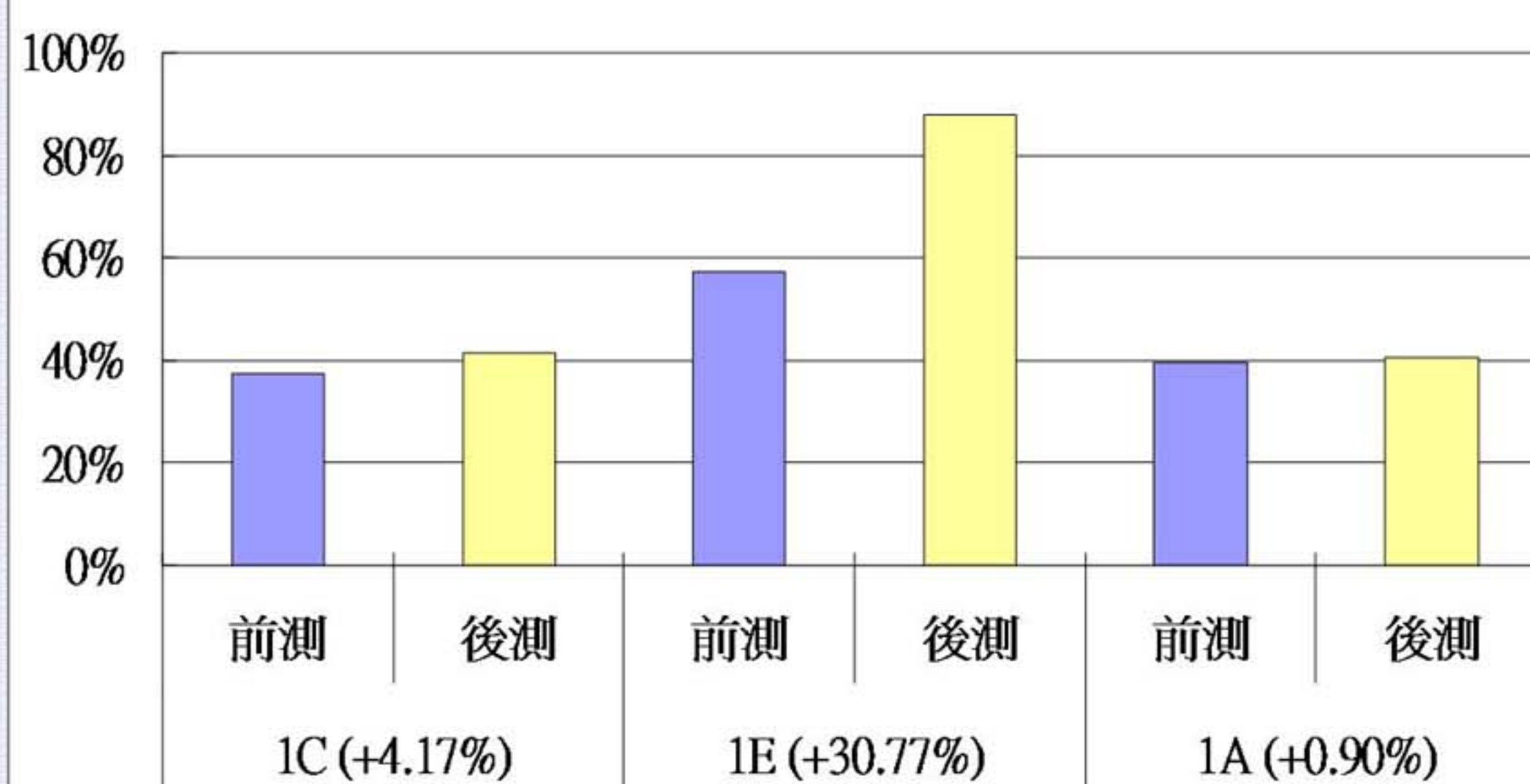
前置知識 (平均分 %)



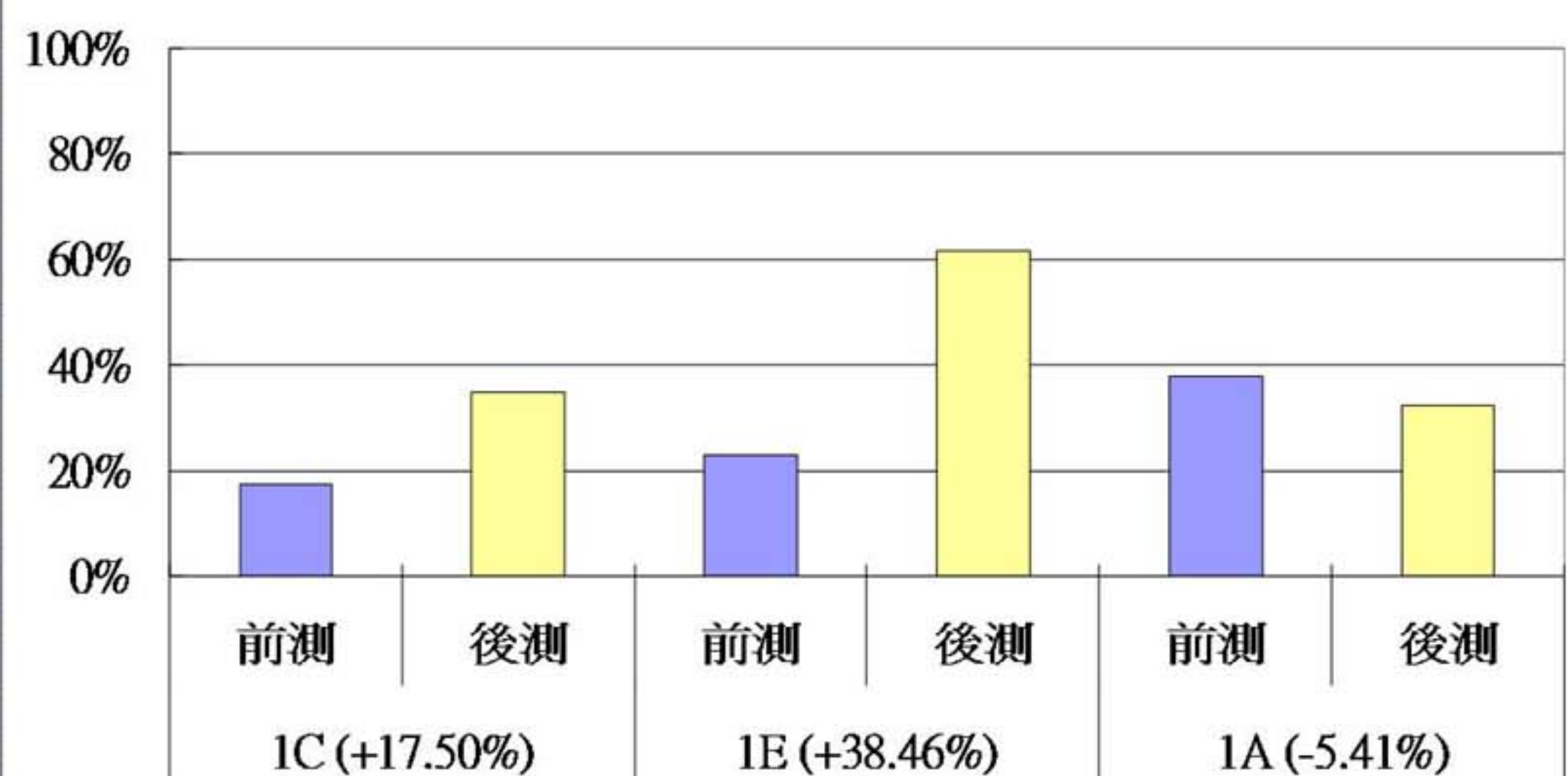
CF2_能根據所給的資料準確地繪(草)圖 (平均人數%)



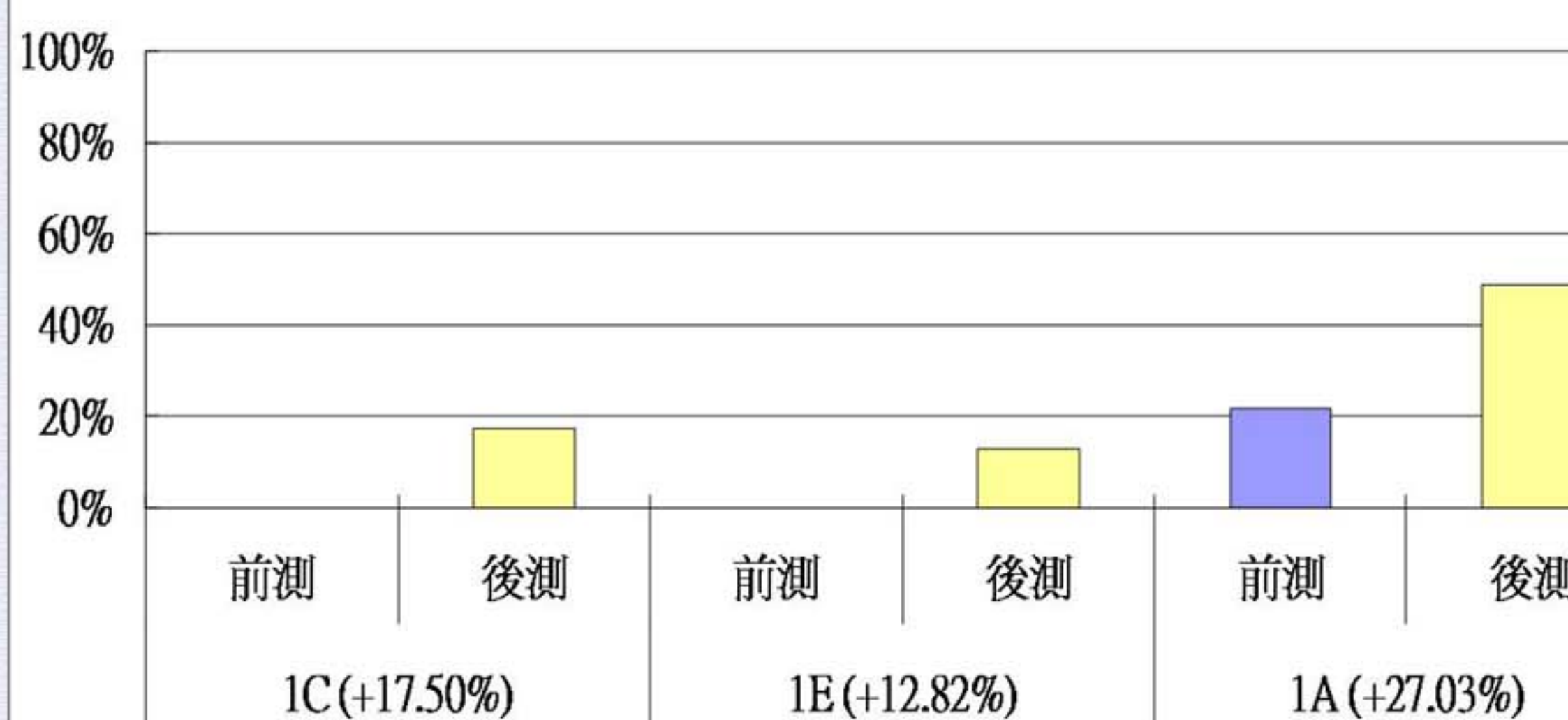
CF1: 會以繪圖來幫助判斷 (平均人數%)



Q3a畫對草圖及選必定全等(平均人數%)



Q3a選全等而解釋SAS或唯一 (平均人數 %)



反思及感想

→ 學生在「用繪圖幫助推論」這方面表現不太理想，原因可能是：

→ 未熟習基本的幾何繪圖技巧

→ 學生可能覺得傳統的幾何繪圖太繁複，可試用其他簡單器材來幫助「圖像化」，

例如：用筷子夾著東西來作比喻。

→ 似乎比較難用幾何概念來解釋為何是以「證偽 (falsification)」的思考取向來判斷某一條件是否必定正確，可試用其他簡單的數學條件來使學生明白為何會採用這種思考的方法。



→ 學生對判斷兩邊非夾角條件時表現不太理想，原因可能是：

→ 大部份學生未能親歷繪畫出兩個可能的三角形

→ 當學生只能畫出其中的一個三角形時，便誤以為該條件是全等的。

→ 因課時所限，學生在課堂上只能根據一組 ASS 資料來繪畫三角形。

建議：

→ 課堂中，老師在解說 ASS 後，宜讓只能畫出其中的一個三角形的學生繪出其餘的一個三角形。

→ 老師可提供其他兩邊非夾角資料讓學生繪畫，以鞏固學生繪畫兩邊非夾角的能力。

謝謝！

